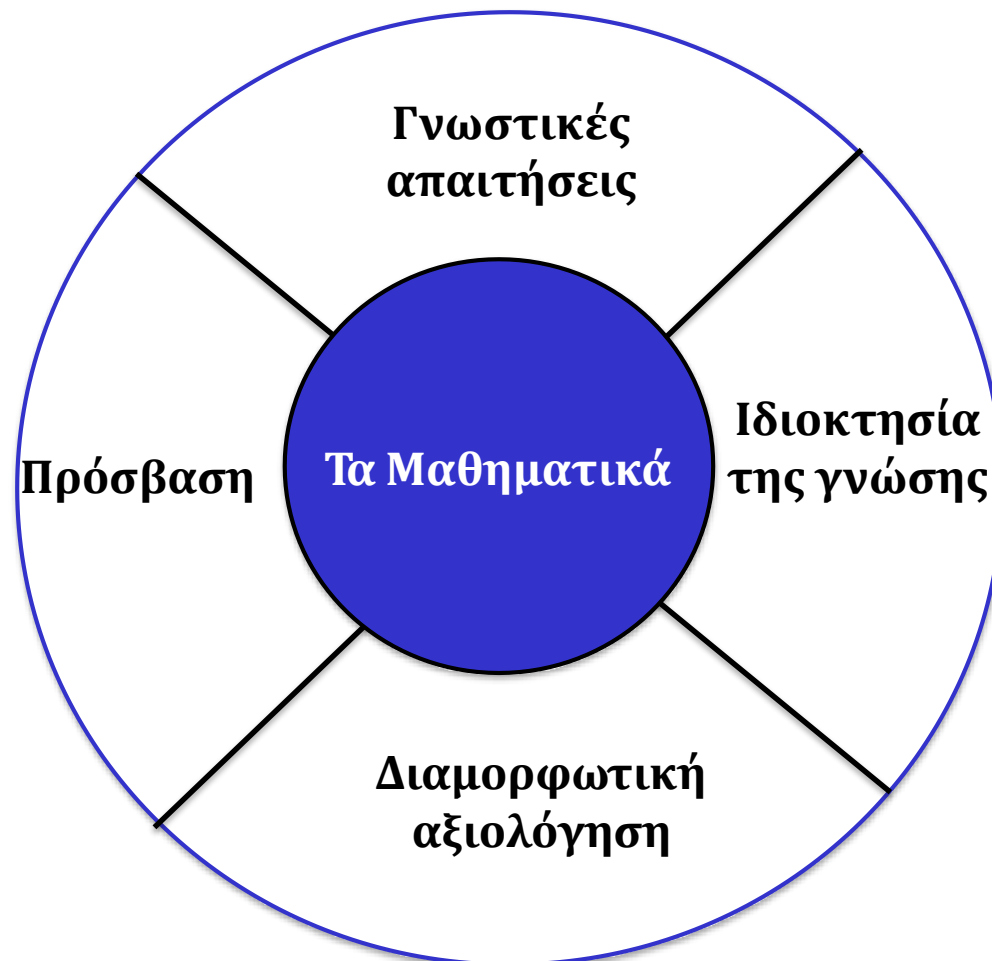


TEACHING FOR ROBUST UNDERSTANDING (TRU) (Schoenfeld, 2013)

Πέντε διαστάσεις για μια ισχυρή μαθηματική τάξη



TEACHING FOR ROBUST UNDERSTANDING (TRU) (Schoenfeld, 2013)

Μαθηματικά

Γνωστικές
απαιτήσεις

Πρόσβαση και
ισότητα

Agency, Ownership

Διαμορφωτική
αξιολόγηση



TEACHING FOR ROBUST UNDERSTANDING (TRU) (Schoenfeld, 2013)

Μαθηματικά	<ul style="list-style-type: none">• Είναι σημαντικά, συνεκτικά, συνδεδεμένα;• Δίνονται ευκαιρίες για σκέψη και λύση προβλήματος;
Γνωστικές απαιτήσεις	<ul style="list-style-type: none">• Οι μαθητές έχουν ευκαιρίες να αναπτύξουν κατανόηση;• Εμπλέκονται σε παραγωγικές προκλήσεις;
Πρόσβαση και ισότητα	<ul style="list-style-type: none">• Ποιος συμμετέχει και με ποιους τρόπους;• Όλοι οι μαθητές εμπλέκονται στην ανάπτυξη κατανόησης;
Ιδιοκτησία της γνώσης	<ul style="list-style-type: none">• Οι μαθητές κάνουν μαθηματικά και μιλούν για τα μαθηματικά;• Βλέπουν τους εαυτούς τους ως άτομα που κάνουν μαθηματικά;
Διαμορφωτική αξιολόγηση	<ul style="list-style-type: none">• Η συζήτηση μέσα στην τάξη δίνει πληροφορίες για το τι έχουν κατανοήσει οι μαθητές, ώστε η διδασκαλία να βοηθήσει τους μαθητές να μάθουν;

Ισχυρισμός

Η έρευνα δείχνει ότι:

- Όλες οι τάξεις που επιτυγχάνουν σε αυτές τις πέντε διαστάσεις θα δημιουργήσουν μαθητές με ισχυρή μαθηματική σκέψη.
- Τα διδακτικά υλικά, η επαγγελματική ανάπτυξη και οι παρατηρήσεις διδασκαλιών θα είναι πιο ισχυρά εάν είναι ευθυγραμμισμένα με αυτές τις πέντε διαστάσεις.

2. Εργαλεία υποστήριξης της διδασκαλίας:

(α) Μαθήματα διαμορφωτικής αξιολόγησης

(β) Σχεδιασμός και Αναστοχασμός

(γ) Τρόποι παρατήρησης της τάξης

Τα Μαθηματικά

Πόσο πλούσιο (συνδεδεμένο, εννοιολογικό) είναι το μαθηματικό περιεχόμενο;

Το μάθημα εστιάζει στην ανάπτυξη βαθιάς κατανόησης για έννοιες όπως η κλίση, και για τη χρήση τους στην περιγραφή φαινομένων του πραγματικού κόσμου.

Παρέχει ευκαιρίες για δημιουργία συνδέσεων μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων (γραφικές παραστάσεις, πίνακες και ιστορίες).

Γνωστικές απαιτήσεις

Σε ποιο βαθμό το μάθημα βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν κατανόηση για τις μαθηματικές έννοιες;

Η ταξινόμηση των καρτών (γραφικές παραστάσεις, σενάρια και πίνακες) παρέχουν πολλές ευκαιρίες για κατανόηση, εάν ο δάσκαλος υποστηρίξει τους μαθητές όταν το χρειαστούν.

Πρόσβαση στο μαθηματικό περιεχόμενο

Σε ποιο βαθμό ο δάσκαλος υποστηρίζει την πρόσβαση όλων των μαθητών στο περιεχόμενο των μαθημάτων;

Οι δομές της τάξης (που περιλαμβάνουν συζήτηση στην ολομέλεια, μικρές ομαδικές εργασίες και παρουσιάσεις αφίσας) παρέχουν ευκαιρίες στους εκπαιδευτικούς να υποστηρίξουν τον κάθε μαθητή ώστε να εμπλακεί με τα μαθηματικά.

Agency, Ownership και Identity

Σε ποιο βαθμό οι μαθητές είναι πηγή ιδεών και συζήτησης; Πώς συνεισφέρουν στην τάξη;

Οι δομές της τάξης (που περιλαμβάνουν συζήτηση στην ολομέλεια, μικρές ομαδικές εργασίες και παρουσιάσεις αφίσας) παρέχουν ευκαιρίες στους εκπαιδευτικούς να υποστηρίξουν τον κάθε μαθητή ώστε να κτίσει ισχυρές μαθηματικές ταυτότητες.

Διαμορφωτική αξιολόγηση

Σε ποιο βαθμό η διδασκαλία κτίζει πάνω στις προϋπάρχουσες ιδέες των μαθητών και υπερπηδά τις παρανοήσεις τους;

Σχεδιασμός και Αναστοχασμός

- ***TRU Math Conversation Guide***

- Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αξιοποιήσουν τις διαστάσεις του TRU για να αναστοχαστούν για τη διδακτική τους πράξη:

- Κατά το σχεδιασμό του μαθήματος,
- Για να αναστοχαστούν για το πώς πήγε το μάθημα
- Για να αναστοχαστούν για τα επόμενα τους βήματα

TRU Math Conversation Guide:

A Tool for Teacher Learning and Growth¹

This *TRU Math Conversation Guide* is a product of The Algebra Teaching Study (NSF Grant DRL-0909815 to PI Alan Schoenfeld, U.C. Berkeley, and NSF Grant DRL-0909851 to PI Robert Floden, Michigan State University), and of The Mathematics Assessment Project (Bill and Melinda Gates Foundation Grant OPP53342 to PIs Alan Schoenfeld, U. C Berkeley, and Hugh Burkhardt and Malcolm Swan, The University of Nottingham).

A companion document, the *TRU Math Conversation Guide, Module A: Contextual Algebraic Tasks*, supports in-depth explorations of algebraic thinking, with a focus on complex modeling and applications problems. *Module A: Contextual Algebraic Tasks* is the first of a series of content-specific conversation guides aimed at supporting classroom engagement with centrally important mathematical ideas. The *TRU Math Conversation Guide Modules* will all be accessible at <http://ats.berkeley.edu/tools.html> and/or <http://map.mathshell.org/materials/index.php>.

Suggested citation:

Baldinger, E., & Louie, N. *TRU Math conversation guide: A tool for teacher learning and growth*. Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University. Retrieved from: <http://ats.berkeley.edu/tools.html> and/or <http://map.mathshell.org/materials/pd.php>.

This material may be reproduced and distributed, without modification, for non-commercial purposes. All other rights reserved.

¹ You are reading the first public version of this conversation guide. We hope that reflecting on teaching in the ways suggested here will be productive. We also welcome comments and suggestions for improvement. Please contact Nicole (NLL@berkeley.edu) and Evra (evra@berkeley.edu) with your feedback.

Σχεδιασμός και Αναστοχασμός

TRU Math Conversation Guide: A Tool for Teacher Learning and Growth¹

This *TRU Math Conversation Guide* is a product of The Algebra Teaching Study (NSF Grant DRL-0909815 to PI Alan Schoenfeld, U.C. Berkeley, and NSF Grant DRL-0909851 to PI Robert Floden, Michigan State University), and of The Mathematics Assessment Project (Bill and Melinda Gates Foundation Grant OPP53342 to PIs Alan Schoenfeld, U. C Berkeley, and Hugh Burkhardt and Malcolm Swan, The University of Nottingham).

Access to Mathematical Content

Core Question: Who does and does not participate in the mathematical work of the class, and how

All students should have access to opportunities to develop their own understandings of rich mathematics, and to build productive mathematical identities. For any number of reasons, it can be extremely difficult to provide this access to everyone, but that doesn't make it any less important! We want to challenge ourselves to recognize who has access and when. There may be mathematically rich discussions or other mathematically productive activities in the classroom—but who gets to participate in them? Who might benefit from different ways of organizing classroom activity?

Access to Mathematical Content

Pre-observation	Reflecting After a Lesson	Planning Next Steps
What opportunities exist for each student to participate in the mathematical work of the class?	Who did and didn't participate in the mathematical work of the class, and how?	How can we create opportunities for each student to participate in the mathematical work of the class?

- Think about:*
- The range of ways students can and do participate in the mathematical work of the class (talking, writing, leaning in, listening hard; manipulating symbols, making diagrams, interpreting graphs, using manipulatives, connecting different strategies, etc.).
 - Which students participate in which ways.
 - Which students are most active when, and how we can create opportunities for more students to participate more actively.
 - What opportunities various students have to make meaningful mathematical contributions.
 - Language demands and the development of students' academic language.
 - How norms (or interactions, or lesson structures, or task structure, or particular representations, etc.) facilitate or inhibit participation for particular students.
 - What teacher moves might expand students' access to meaningful participation (such as modeling ways to participate, providing opportunities for practice, holding students accountable, pointing out students' successful participation).
 - How to support particular students we are concerned about (in relation to learning, issues of safety, participation, etc.).

The Mathematics

Core Question: How do mathematical ideas from this unit/course develop in this lesson/lesson sequence?

Students often experience mathematics as a set of isolated facts, procedures and concepts, to be rehearsed, memorized, and applied. Our goal is to instead give students opportunities to experience important and connected mathematical ideas. Lessons are active ways to build mathematical networks.

Cognitive Demand

Core Question: What opportunities do students have to make their own sense of mathematical ideas

We want students to engage authentically with important mathematical ideas, not simply receive knowledge. This requires students to engage in productive struggle. They need to be supported in these struggles so that they can't just get the answer, but at the same time, support should maintain students' opportunities to make their own sense of mathematical ideas.

Agency, Authority, and Identity

Core Question: What opportunities do students have to explain their own and respond to each other's mathematical ideas?

Many students have negative beliefs about themselves and mathematics, for example, that they are "bad at math," or that math is just a bunch of facts and formulas that they're supposed to memorize. Our goal is to support all students—especially those who have not been successful with

Formative Assessment

Core Question: What do we know about each student's current mathematical thinking, and how can we build on it?

We want instruction to be responsive to students' actual thinking, not just our hopes or assumptions about what they do and don't understand. It isn't always easy to know what students are thinking, much less to use this information to shape classroom activities—but we can craft tasks and ask purposeful questions that give us insights into the strategies students are using, the depth of their conceptual understanding, and so on. Our goal is to then use those insights to guide our instruction, not just to fix mistakes but to integrate students' understandings, partial though they may be, and build on them.

Formative Assessment

Pre-observation	Reflecting After a Lesson	Planning Next Steps
What do we know about each student's current mathematical thinking, and how does this lesson build on it?	What did we learn in this lesson about each student's mathematical thinking? How was this thinking built on?	Based on what we learned about each student's mathematical thinking, how can we (1) learn more about it and (2) build on it?

- Think about:*
- What opportunities exist for students to develop their own strategies and approaches.
 - What opportunities exist for students to share their mathematical ideas and reasoning, and to connect their ideas to others'.
 - What different ways students get to share their mathematical ideas and reasoning (writing on paper, speaking, writing on the board, creating diagrams, demonstrating with manipulatives, etc.).
 - Who students get to share their ideas with (e.g., a partner, the whole class, the teacher).
 - How students are likely to make sense of the mathematics in the lesson and what responses might build on that thinking.
 - What things we can try (e.g., tasks, lesson structures, questioning prompts such as those in FALS) to surface student thinking, especially the thinking of students whose mathematical ideas we don't know much about yet.
 - What we know and don't know about how each student is making sense of the mathematics we are focusing on.
 - What opportunities exist to build on students' mathematical thinking, and how teachers and/or other students take up these opportunities.

Σχεδιασμός και Αναστοχασμός

Να ξεκινήσετε με βασικές ερωτήσεις:

Τα Μαθηματικά

Πώς οι μαθηματικές ιδέες αναπτύσσονται μέσα στο μάθημα/σειρά μαθημάτων;

Γνωστικές απαιτήσεις

Ποιες ευκαιρίες δίνονται στους μαθητές για να αναπτύξουν κατανόηση για μαθηματικές ιδέες;

Πρόσβαση σε Μαθηματικό Περιεχόμενο

Ποιος συμμετέχει στην τάξη και με ποιο τρόπο;

Ιδιοκτησία της γνώσης, Ταυτότητα

Ποιες ευκαιρίες έχουν οι μαθητές για να εξηγήσουν τις μαθηματικές τους ιδέες ή να απαντήσουν στις ιδέες των συμμαθητών τους;

Διαμορφωτική αξιολόγηση

Τι γνωρίζουμε για τη μαθηματική σκέψη του κάθε μαθητή και πώς μπορούμε να κτίσουμε σε αυτήν;

Σχεδιασμός και Αναστοχασμός

... και να τις επεκτείνετε:

- **Πριν το μάθημα**, μπορείς να ρωτήσεις:
 - Πώς μπορώ να χρησιμοποιήσω τις πέντε διαστάσεις για να βελτιώσω το σχεδιασμό του μαθήματος;
- **Μετά το μάθημα**, μπορείς να ρωτήσεις:
 - Πόσο καλά πάνε τα πράγματα; Τι μπορώ να βελτιώσω την επόμενη φορά;
- **Κατά το σχεδιασμό των επόμενων βημάτων**, μπορείς να ρωτήσεις:
 - Πώς μπορώ να κτίσω σε αυτά που έχω μάθει;

TRU Math Conversation Guide

Τα Μαθηματικά

Βασικές ερωτήσεις:

- ❖ Πώς οι μαθηματικές ιδέες της ενότητας αναπτύσσονται σε αυτό το μάθημα/σειρά μαθημάτων;*
- ❖ Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε σημαντικές συνδέσεις;*

TRU Math Conversation Guide

Τα Μαθηματικά		
Πριν την παρατήρηση	Αναστοχασμός μετά την παρατήρηση	Σχεδιασμός των επόμενων βημάτων
Πώς οι μαθηματικές ιδέες θα αναπτυχθούν σε αυτό το μάθημα και την ενότητα μαθημάτων;	Πώς οι μαθητές εμπλέκονται με τις μαθηματικές ιδέες σε αυτό το μάθημα;	Πώς μπορούμε να συνδέσουμε τις μαθηματικές ιδέες που αναδείχθηκαν σε αυτό το μάθημα με μελλοντικά μαθήματα;

Να σκεφτείς:

- Τους μαθηματικούς στόχους του μαθήματος
- Ποιες συνδέσεις υπάρχουν μεταξύ των βασικών ιδεών αυτού του μαθήματος και των ιδεών σε προηγούμενα ή μελλοντικά μαθήματα;
- Πώς οι μαθηματικές διαδικασίες αυτού του μαθήματος τεκμηριώνονται και πώς συνδέονται με τις μαθηματικές ιδέες;
- Πώς βλέπουμε/ακούμε τους μαθητές να εμπλέκονται με τις μαθηματικές ιδέες σε αυτό το μάθημα;
- Ποιοι μαθητές εμπλέκονται εις βάθος με τις μαθηματικές ιδέες σε αυτό το μάθημα;
- Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε ευκαιρίες ώστε να εμπλακούν περισσότεροι μαθητές στο μάθημα;

TRU Math Conversation Guide

Γνωστικές απαιτήσεις

Βασικές ερωτήσεις:

- ❖ *Ποιες ευκαιρίες έχουν οι μαθητές να κατανοήσουν τις μαθηματικές ιδέες;*
- ❖ *Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε περισσότερες ευκαιρίες;*

TRU Math Conversation Guide

Γνωστικές απαιτήσεις

Πριν την παρατήρηση	Αναστοχασμός μετά την παρατήρηση	Σχεδιασμός των επόμενων βημάτων
Ποιες ευκαιρίες θα έχουν οι μαθητές να κατανοήσουν σημαντικές μαθηματικές ιδέες;	Ποιες ευκαιρίες είχαν οι μαθητές να κατανοήσουν σημαντικές μαθηματικές ιδέες;	Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε περισσότερες ευκαιρίες ώστε οι μαθητές να αναπτύξουν δική τους κατανόηση για τις μαθηματικές ιδέες;

Να σκεφτείς:

- Ποιες ευκαιρίες δίνονται στους μαθητές ώστε να αντιμετωπίσουν προκλήσεις στα μαθηματικά προβλήματα;
- Πώς οι δυσκολίες των μαθητών μπορούν να υποστηρίξουν την εμπλοκή τους με μαθηματικές ιδέες;
- Πώς ο εκπαιδευτικός ανταποκρίνεται στις δυσκολίες των μαθητών και πώς τους βοηθά να αντιμετωπίσουν τα γνωστικά απαιτητικά έργα;

TRU Math Conversation Guide

Γνωστικές απαιτήσεις

Πριν την παρατήρηση	Αναστοχασμός μετά την παρατήρηση	Σχεδιασμός των επόμενων βημάτων
Ποιες ευκαιρίες θα έχουν οι μαθητές να κατανοήσουν σημαντικές μαθηματικές ιδέες;	Ποιες ευκαιρίες είχαν οι μαθητές να κατανοήσουν σημαντικές μαθηματικές ιδέες;	Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε περισσότερες ευκαιρίες ώστε οι μαθητές να αναπτύξουν δική τους κατανόηση για τις μαθηματικές ιδέες;

Να σκεφτείς:

- Ποιες πηγές (άλλοι μαθητές, εκπαιδευτικός, σημειώσεις, κείμενα, τεχνολογία, μέσα, αναπαραστάσεις) έχουν στη διάθεσή τους οι μαθητές ώστε να αντιμετωπίσουν τις γνωστικές απαιτήσεις των έργων;
- Ποιες πηγές χρησιμοποιούν τελικά οι μαθητές και πώς μπορούν να κάνουν καλύτερη χρήση των πηγών αυτών;
- Ποιοι μαθητές εμπλέκονται εις βάθος με τις μαθηματικές ιδέες σε αυτό το μάθημα;
- Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε ευκαιρίες ώστε να εμπλακούν περισσότεροι μαθητές στο μάθημα;
- Ποιες νόρμες φαίνεται να αναδύονται σχετικά με την αξία του λάθους και της δυσκολίας;

TRU Math Conversation Guide

Πρόσβαση στο μαθηματικό περιεχόμενο

Βασικές ερωτήσεις:

- ❖ Ποιος συμμετέχει και ποιος όχι στις εργασίες μέσα στην τάξη και πώς;*
- ❖ Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε περισσότερες ευκαιρίες ώστε κάθε μαθητής να συμμετέχει ενεργά και ουσιαστικά;*

TRU Math Conversation Guide

Πρόσβαση στο μαθηματικό περιεχόμενο

Πριν την παρατήρηση	Αναστοχασμός μετά την παρατήρηση	Σχεδιασμός των επόμενων βημάτων
Ποιες ευκαιρίες θα έχουν οι μαθητές να συμμετέχουν μέσα στην τάξη;	Ποιοι μαθητές συμμετείχαν και ποιοι όχι στο μάθημα;	Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε περισσότερες ευκαιρίες ώστε κάθε μαθητής να συμμετέχει στο μάθημα;

Να σκεφτείς:

- Με ποιους τρόπους οι μαθητές συμμετέχουν στη μαθηματική δραστηριότητα μέσα στην τάξη (προφορικά, γραπτώς, χειρισμός συμβόλων, δημιουργία διαγραμμάτων, ερμηνεία γραφικών παραστάσεων, χρήση εποπτικών μέσων κτλ.);
- Ποιοι μαθητές συμμετέχουν και με ποιο τρόπο;
- Ποιοι μαθητές συμμετέχουν πιο ενεργά και πότε; Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε ευκαιρίες ώστε να συμμετέχουν περισσότεροι μαθητές;
- Ποιες ευκαιρίες έχουν οι μαθητές να συνεισφέρουν στις μαθηματικές συζητήσεις στην τάξη;
- Πώς οι νόρμες (ή οι αλληλεπιδράσεις ή η οργάνωση του μαθήματος ή συγκεκριμένες αναπαραστάσεις κτλ) διευκολύνουν ή εμποδίζουν τη συμμετοχή συγκεκριμένων μαθητών;
- Ποιες κινήσεις του εκπαιδευτικού μπορούν να αυξήσουν τη συμμετοχή των μαθητών (π.χ. παροχή ευκαιριών για εξάσκηση, υπόδειξη του σωστού τρόπου συμμετοχής);



TRU Math Conversation Guide

Ιδιοκτησία της γνώσης, Ταυτότητα

Βασικές ερωτήσεις:

- ❖ *Ποιες ευκαιρίες έχουν οι μαθητές ώστε να δουν τους εαυτούς τους ως ισχυρούς «doers of mathematics»;*
- ❖ *Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε περισσότερες τέτοιες ευκαιρίες;*

TRU Math Conversation Guide

Ιδιοκτησία της γνώσης, Ταυτότητα

Πριν την παρατήρηση	Αναστοχασμός μετά την παρατήρηση	Σχεδιασμός των επόμενων βημάτων
Ποιες ευκαιρίες θα έχουν οι μαθητές να εξηγήσουν τις μαθηματικές τους ιδέες και να απαντήσουν στις ιδέες των συμμαθητών τους;	Ποιες ευκαιρίες είχαν οι μαθητές να εξηγήσουν τις μαθηματικές τους ιδέες και να απαντήσουν στις ιδέες των συμμαθητών τους;	Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε ευκαιρίες σε ώστε περισσότεροι μαθητές να εξηγούν τις μαθηματικές τους ιδέες σε μελλοντικά μαθήματα;

Να σκεφτείς:

- Ποιος αναδεικνύει τις μαθηματικές ιδέες που θα συζητηθούν;
- Ποιος αξιολογεί τις απαντήσεις των μαθητών;
- Πόσο βαθιά επεξηγούν οι μαθητές τις ιδέες τους;
- Πώς ο εκπαιδευτικός απαντά στις ιδέες των μαθητών (αξιολόγηση, διατύπωση ερωτήσεων, εκμαίευση απαντήσεων από άλλους μαθητές κτλ.);
- Πώς αναπτύσσονται οι νόρμες γύρω από το ρόλο του εκπαιδευτικού και των μαθητών στο να αναδείξουν μαθηματικές ιδέες;

TRU Math Conversation Guide

Ιδιοκτησία της γνώσης, Ταυτότητα

Πριν την παρατήρηση	Αναστοχασμός μετά την παρατήρηση	Σχεδιασμός των επόμενων βημάτων
Ποιες ευκαιρίες θα έχουν οι μαθητές να εξηγήσουν τις μαθηματικές τους ιδέες και να απαντήσουν στις ιδέες των συμμαθητών τους;	Ποιες ευκαιρίες είχαν οι μαθητές να εξηγήσουν τις μαθηματικές τους ιδέες και να απαντήσουν στις ιδέες των συμμαθητών τους;	Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε ευκαιρίες σε ώστε περισσότεροι μαθητές να εξηγούν τις μαθηματικές τους ιδέες σε μελλοντικά μαθήματα;

Να σκεφτείς:

- Πώς αναπτύσσονται οι νόρμες γύρω από το τι είναι τα μαθηματικά (τεκμηρίωση, πειραματισμός, εξάσκηση κτλ.);
- Ποιοι μαθητές επεξηγούν τις δικές τους ιδέες ή ανταποκρίνονται στις ιδέες των άλλων με ουσιαστικό τρόπο;
- Ποιοι μαθητές φαίνεται να βλέπουν τους εαυτούς τους ως άτομα με ισχυρή μαθηματική σκέψη;
- Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε ευκαιρίες ώστε περισσότεροι μαθητές να βλέπουν τους εαυτούς τους ως άτομα με ισχυρή μαθηματική σκέψη;

TRU Math Conversation Guide

Χρήση αξιολόγησης

Βασικές ερωτήσεις:

- ❖ *Τι γνωρίζουμε για τη μαθηματική σκέψη των μαθητών;*
- ❖ *Πώς μπορούμε να κτίσουμε πάνω σε αυτή;*

TRU Math Conversation Guide

Χρήση αξιολόγησης

Πριν την παρατήρηση	Αναστοχασμός μετά την παρατήρηση	Σχεδιασμός των επόμενων βημάτων
Τι γνωρίζουμε για τη μαθηματική σκέψη των μαθητών μας και πώς μπορεί αυτό το μάθημα να κτίσει πάνω σε αυτήν;	Σε αυτό το μάθημα, τι έχουμε μάθει για τη μαθηματική σκέψη των μαθητών; Πώς κτίσαμε πάνω στη σκέψη τους;	Πώς μπορούμε να μάθουμε περισσότερα για τη μαθηματική σκέψη των μαθητών και να κτίσουμε πάνω σε αυτήν;

Να σκεφτείς:

- Ποιες ευκαιρίες υπάρχουν ώστε ο μαθητής να αναπτύξει τις δικές του στρατηγικές και προσεγγίσεις;
- Ποιες ευκαιρίες υπάρχουν ώστε οι μαθητές να εξωτερικεύσουν τις μαθηματικές τους ιδέες και το συλλογισμό τους και να συνδέσουν τις μαθηματικές ιδέες μεταξύ τους;
- Με ποιους διαφορετικούς τρόπους οι μαθητές εξωτερικεύουν τις μαθηματικές τους ιδέες και το συλλογισμό τους (γράψιμο στο χαρτί, προφορικά, γράψιμο στον πίνακα, δημιουργία διαγραμμάτων, χρήση εποπτικών μέσων κτλ.);
- Ποιοι μαθητές μοιράζονται τις ιδέες τους με τους συμμαθητές τους (π.χ. με το διπλανό, στην ολομέλεια, με το δάσκαλο);

TRU Math Conversation Guide

Χρήση αξιολόγησης

Πριν την παρατήρηση	Αναστοχασμός μετά την παρατήρηση	Σχεδιασμός των επόμενων βημάτων
Τι γνωρίζουμε για τη μαθηματική σκέψη των μαθητών μας και πώς μπορεί αυτό το μάθημα να κτίσει πάνω σε αυτήν;	Σε αυτό το μάθημα, τι έχουμε μάθει για τη μαθηματική σκέψη των μαθητών; Πώς κτίσαμε πάνω στη σκέψη τους;	Πώς μπορούμε να μάθουμε περισσότερα για τη μαθηματική σκέψη των μαθητών και να κτίσουμε πάνω σε αυτήν;

Να σκεφτείς:

- Πώς οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες και ποιες απαντήσεις μπορούν να κτίσουν πάνω στη μαθηματική τους σκέψη;
- Ποια στοιχεία (π.χ. έργα, οργάνωση μαθήματος, ερωτήσεις) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αναδειχθεί η σκέψη των μαθητών, και κυρίως των μαθητών των οποίων δεν γνωρίζουμε τις μαθηματικές τους ιδέες;
- Τι γνωρίζουμε και τι δε γνωρίζουμε για το πώς ο μαθητής κατανοεί τις μαθηματικές έννοιες;
- Ποιες ευκαιρίες υπάρχουν ώστε να κτίσουμε πάνω στη μαθηματική σκέψη των μαθητών και πώς οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές αξιοποιούν αυτές τις ευκαιρίες;

Τρόποι παρατήρησης της τάξης

1. Παρατήρηση ως *εκπαιδευτικός*
2. Παρατήρηση ως *μαθητής*
3. Παρατήρηση ως *ερευνητής*

1. Παρατήρηση ως εκπαιδευτικός

Τα Μαθηματικά

- Οι μαθητές μαθαίνουν σημαντικά μαθηματικά;
- Δίνονται ευκαιρίες για σημαντικές συνδέσεις;

Γνωστικές απαιτήσεις

- Πόσο χρόνο αναλώνουν οι μαθητές σε κάθε ερώτηση;
- Εμπλέκονται σε παραγωγικές προκλήσεις;
- Οι ερωτήσεις του εκπαιδευτικού ενθαρρύνουν τη διατύπωση επεξηγήσεων ή απαντήσεων;

Πρόσβαση στο μαθηματικό περιεχόμενο

- Υπάρχουν πολλαπλοί τρόποι για παραγωγική εμπλοκή του μαθητή;
- Ο εκπαιδευτικός καλεί πολλούς μαθητές να απαντήσουν;

Ιδιοκτησία της γνώσης

- Ποιος δίνει περισσότερες επεξηγήσεις: ο εκπαιδευτικός ή οι μαθητές;
- Οι μαθητές δίνουν εκτενείς επεξηγήσεις;

Διαμορφωτική αξιολόγηση

- Ο εκπαιδευτικός κτίζει πάνω στις απαντήσεις των μαθητών;
- Ο εκπαιδευτικός εναλλάσσει το μάθημά του με βάση τις απαντήσεις των μαθητών;

2. Παρατήρηση ως μαθητής

Τα Μαθηματικά	<ul style="list-style-type: none">• Ποια κύρια μαθηματική ιδέα εμπλέκεται στο μάθημα;• Πώς συνδέεται με όσα γνωρίζω;
Γνωστικές απαιτήσεις	<ul style="list-style-type: none">• Πόσος χρόνος μου δίνεται για να σκεφτώ και να κατανοήσω;• Τι συμβαίνει όταν δυσκολευτώ σε κάποιο σημείο;• Μου δίνεται η ευκαιρία να επεξηγήσω πράγματα ή δίνω απλά απαντήσεις;
Πρόσβαση στο μαθηματικό περιεχόμενο	<ul style="list-style-type: none">• Συμμετέχω στη μάθηση σημαντικών μαθηματικών εννοιών;
Agency, Authority, and Identity	<ul style="list-style-type: none">• Έχω ευκαιρίες να εξηγήσω και να παρουσιάσω τις ιδέες μου;• Αναγνωρίζομαι ως ικανός να συνεισφέρω στο μάθημα;
Διαμορφωτική αξιολόγηση	<ul style="list-style-type: none">• Οι συζητήσεις στην τάξη περιλαμβάνουν και τη δική μου σκέψη;• Η διδασκαλία απαντά στη σκέψη μου και με βοηθά να την εμβαθύνω;

3. Παρατήρηση ως ερευνητής

	Τα Μαθηματικά	Γνωστικές απαιτήσεις	Πρόσβαση στο μαθηματικό περιεχόμενο	Agency, Authority, Identity	Διαμορφωτική αξιολόγηση
	<i>Πόσο πλούσιο (συνδεδεμένο, εννοιολογικό) είναι το μαθηματικό περιεχόμενο;</i>	<i>Σε ποιο βαθμό το μάθημα βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν κατανόηση για τις μαθηματικές έννοιες;</i>	<i>Σε ποιο βαθμό ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει την πρόσβαση όλων των μαθητών στο περιεχόμενο των μαθημάτων;</i>	<i>Σε ποιο βαθμό οι μαθητές είναι πηγή ιδεών και συζήτησης; Πώς συνεισφέρουν στην τάξη;</i>	<i>Σε ποιο βαθμό η διδασκαλία κτίζει πάνω στις προϋπάρχουσες ιδέες των μαθητών και υπερπηδά τις παρανοήσεις τους;</i>
1	Οι δραστηριότητες μέσα στην τάξη δεν είναι εστιασμένες και δεν παρέχουν ευκαιρίες εμπλοκής με βασικές πρακτικές όπως ο συλλογισμός και η λύση προβλήματος.	Οι δραστηριότητες είναι δομημένες και οι μαθητές εφαρμόζουν τυπικούς αλγορίθμους και εργάζονται σε ασκήσεις ρουτίνας.	Υπάρχει διαφορετική πρόσβαση ή συμμετοχή στο μαθηματικό περιεχόμενο από τον κάθε μαθητή ενώ ο εκπαιδευτικός δεν προσπαθεί καθόλου να επιλύσει αυτό το θέμα.	Οι συζητήσεις αρχίζουν πάντα από τον εκπαιδευτικό. Η συμμετοχή των μαθητών είναι ελάχιστη (μια πρόταση ή λιγότερο) και περιορίζεται από τις παρεμβάσεις του εκπαιδευτικού.	Ο εκπαιδευτικός δεν εκμαιεύει το συλλογισμό των μαθητών. Ο εκπαιδευτικός παρέχει κυρίως διορθωτική ανατροφοδότηση ή ενθάρρυνση.



3. Παρατήρηση ως ερευνητής

	Τα Μαθηματικά	Γνωστικές απαιτήσεις	Πρόσβαση στο μαθηματικό περιεχόμενο	Agency, Authority, Identity	Διαμορφωτική αξιολόγηση
	<i>Πόσο πλούσιο (συνδεδεμένο, εννοιολογικό) είναι το μαθηματικό περιεχόμενο;</i>	<i>Σε ποιο βαθμό το μάθημα βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν κατανόηση για τις μαθηματικές έννοιες;</i>	<i>Σε ποιο βαθμό ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει την πρόσβαση όλων των μαθητών στο περιεχόμενο των μαθημάτων;</i>	<i>Σε ποιο βαθμό οι μαθητές είναι πηγή ιδεών και συζήτησης; Πώς συνεισφέρουν στην τάξη;</i>	<i>Σε ποιο βαθμό η διδασκαλία κτίζει πάνω στις προϋπάρχουσες ιδέες των μαθητών και υπερπηδά τις παρανοήσεις τους;</i>
2	Οι δραστηριότητες εμπλέκουν επιφανειακές συνδέσεις μεταξύ διαδικασιών, εννοιών και πλαισίων, και δίνουν ελάχιστη σημασία σε πρακτικές όπως ο συλλογισμός και η λύση προβλήματος.	Οι δραστηριότητες εμπλέκουν πλούσιες εννοιολογικές συνδέσεις ή προκλήσεις κατά τη λύση προβλήματος. Όμως, η διδασκαλία τείνει να είναι καθοδηγητική και να περιορίζει τις ευκαιρίες του μαθητή να αντιμετωπίσει παραγωγικά τις προκλήσεις.	Υπάρχει άνιση πρόσβαση ή συμμετοχή στο μαθηματικό περιεχόμενο από τους μαθητές της τάξης, αλλά ο εκπαιδευτικός κάνει κάποιες προσπάθειες για να παρέχει μαθηματική πρόσβαση σε μεγαλύτερο εύρος μαθητών.	Οι μαθητές έχουν κάποιες ευκαιρίες να εξηγήσουν τη σκέψη τους, αλλά πάντα ο μαθητής προτείνει και ο εκπαιδευτικός διορθώνει. Στις συζητήσεις, οι ιδέες των μαθητών δεν διερευνούνται ούτε επεκτείνονται.	Ο εκπαιδευτικός κάνει αναφορά στη σκέψη των μαθητών (π.χ. σε συνήθη λάθη τους) αλλά δεν κτίζει ουσιαστικά πάνω στις ιδέες τους.
3	Οι δραστηριότητες εμπλέκουν πλούσιες συνδέσεις μεταξύ διαδικασιών, εννοιών, πλαισίων και δίνουν σημασία σε πρακτικές (συλλογισμός, λύση προβλήματος).	Ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει τους μαθητές για να αντιμετωπίσουν τις προκλήσεις, για να αναπτύξουν κατανόηση και να εμπλακούν στις μαθηματικές πρακτικές.	Ο εκπαιδευτικός υποστηρίζει ενεργά και επιτυγχάνει να υπάρχει ευρεία και ουσιαστική συμμετοχή των μαθητών	Οι μαθητές εξηγούν τις ιδέες και το συλλογισμό τους και απαντούν οι κτίζουν πάνω στις απαντήσεις των συμμαθητών τους.	Ο εκπαιδευτικός εκμαιεύει τη σκέψη των μαθητών και η διδασκαλία του στηρίζεται πάνω στις ιδέες τους και επιχειρεί να υπερπηδήσει τις παρανοήσεις τους.

Εσφαλμένη χρήση του TRU

- Θα μπορούσε κανείς να χρησιμοποιήσει το TRU και να βαθμολογήσει τους εκπαιδευτικούς.
- Ωστόσο, αυτή η χρήση είναι η ενδεδειγμένη.
- Το TRU έχει αναπτυχθεί για ερευνητικούς σκοπούς.



Δειγματική διδασκαλία

Δειγματική διδασκαλία

Παναγιώτου Κωνσταντίνος